

Erinnerung: Bei KTF - Grammatiken gilt für alle Regeln $w_1 \rightarrow w_2$, daß w_1 einzelne Variable, d.h. $w_1 \in V$.

Beispiele:

a) Grammatik für geklammerte arith. Ausdrücke (bereits bekannt)

$$E \rightarrow T \mid E + T$$

$$T \rightarrow F \mid T * F$$

$$F \rightarrow a \mid (E)$$

b) die durch die Regel $S \rightarrow ab \mid aSb$ definierte Sprache

c) die gängiger Programmiersprache

Zwei Sätze zu KTF - Grammatiken

a) (Chomsky - Normal form). Es läßt sich zeigen, daß es zu jeder KTF - Grammatik G (ohne daß das leere Wort ϵ) eine sog. Chomsky - Normal - form - Grammatik G' gibt, so daß $L(G) = L(G')$.

Eine KTF - Grammatik ist in CNF, wenn alle Regeln eine der beiden Formen

$$A \rightarrow BC \quad \text{oder}$$

$$A \rightarrow a$$

annimmt.

Beispiel: die Sprache $\{a^n b^n \mid n \geq 0\}$
kann durch die CNF

$$\begin{aligned} S &\rightarrow AB / AX \\ X &\rightarrow SB \\ A &\rightarrow a \\ B &\rightarrow b \end{aligned}$$

erzeugt werden.

Also: Ableitungsbäume sind Binärbäume
(bis auf den letzten Schritt des Einsetzens der Terminalsymbole)

b) (Pumping-Lemma für Typ-2-Sprachen).

Diese Version des Pumping-Lemmas wird hauptsächlich benutzt, um nachzuweisen, daß eine vorgelegte Sprache nicht vom Typ 2 sein kann.

Sei also L eine KTF-Sprache. Dann gibt es eine Zahl $n \in \mathbb{N}$, so daß sich alle Wörter $z \in L$ mit einer Mindestlänge $|z| \geq n$ zerlegen lassen in $z = uvwxy$ mit den Eigenschaften

1. $|vx| \geq 1$

2. $|vwx| \leq n$

und (wichtigste Eigenschaft)

3. Für alle $i \geq 0$ gilt: $uv^iwx^iy \in L$

Das bedeutet, daß jede unendliche Typ-2-Sprache 30.01.2003 Prof. A. Kroll Einführung in die Informatik I

$$L_{u,v,w,x,y} = \{ uwy, uvwx y, uvvwxxy, \\ uvvvwxxy, \dots \}$$

enthalten muss.

Also ist b. B. $L = \{ a^m b^m c^m \mid m \geq 1 \}$
 nicht vom Typ \mathcal{L} , denn Teilspalte wie
 gerade angegeben, sind nicht erzeugbar,
 egal wie $z = a^m b^m c^m$ auf $uvwx y$
 aufgeteilt wird.

Hier wie: (a) uwy (für $i=0$) muss in
 L liegen, aber vx darf nach
 (1) nicht leer sein

(b) Wegen (2) kann vx nicht
 aus ~~ab~~ a's, b's und c's
 bestehen

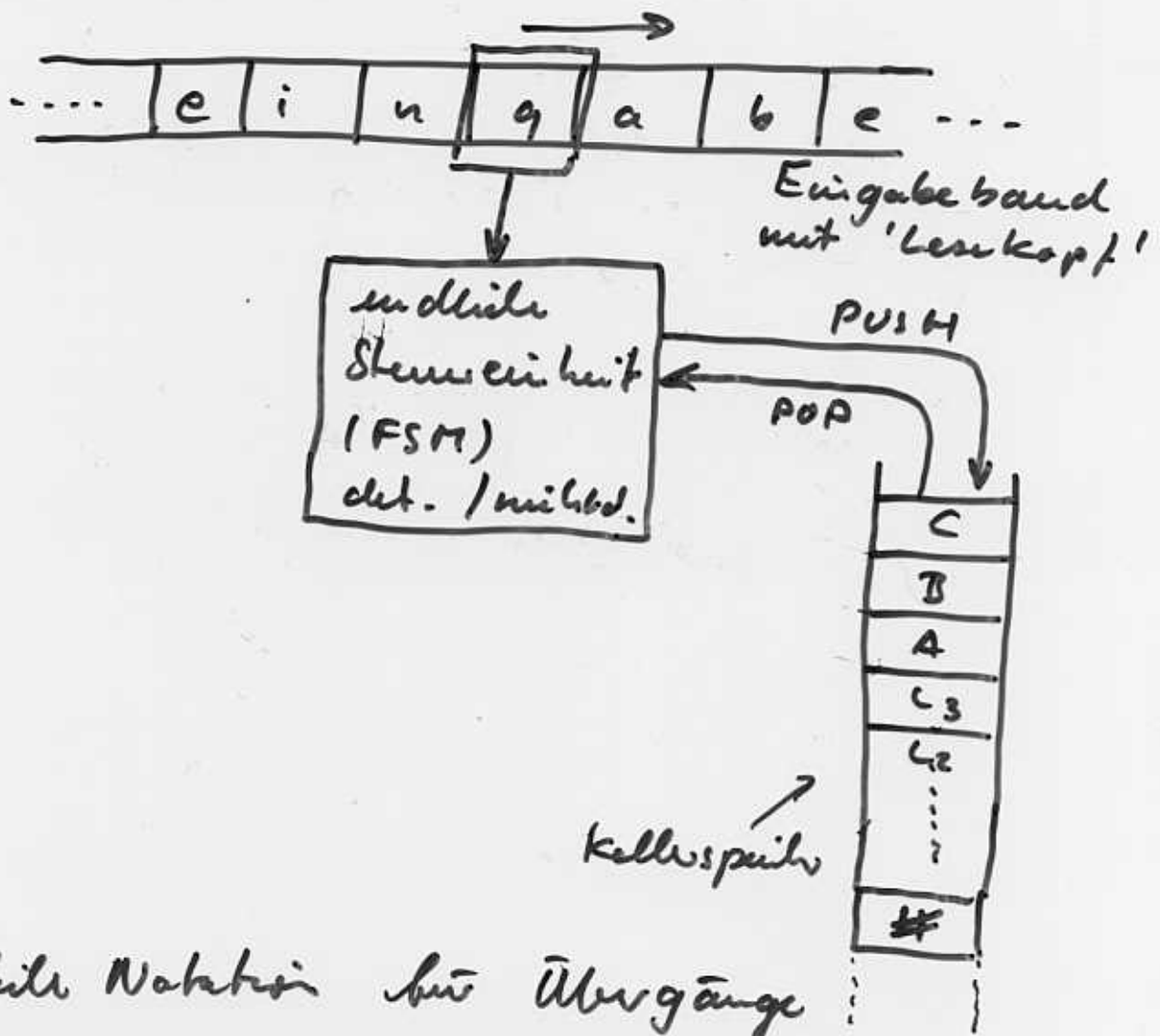
Keller automaten

Erweiterung des Modells des EA
 erwartet, dass diese Automatenklasse
 genau die KTF-Sprachen erkennt.

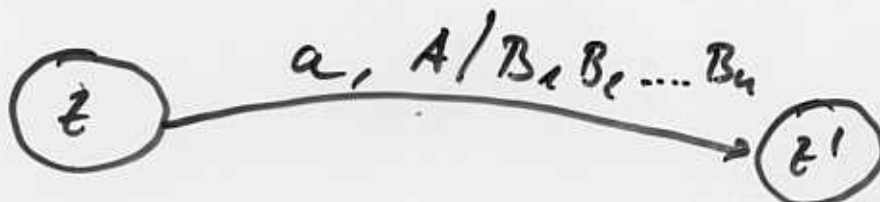
Dazu Erweiterung des EA um einen
Speicher.

Dieser Speicher ist mit einer sehr ein-
 geschrankten Art des Zugriffs ausgestattet,
 nämlich als LIFO - Schlange (last in,
 first out). Erweitert man L in OCAML

Auslesen aus dem Kellenspeicher mit POP; Einlesen mit PUSH-Operation.
 Der "Boden" des Kellenspeichers enthält das Zeichen "#", unter dem Boden hinaus darf keine Zeichen eingetragen werden.
 Übliche Darstellung der "Mechanik" des Kellers benutzen:



Übliche Notation für Übergänge beim KA:



Bedeutung: Wenn sich der KA im Zustand z befindet und a das aktuell (vom Lesekopf eingegebene) gelesene Zeichen ist, sowie A das oberste Zeichen auf dem Keller ist, dann wird der Zustand z' angenommen und der Automaten ersetzt auf dem Keller das Zeichen A durch die Zeichenfolge $B_1 B_2 \dots B_n$ ($n \geq 0$) mit B_1 als oberstem Zeichen auf dem Keller.

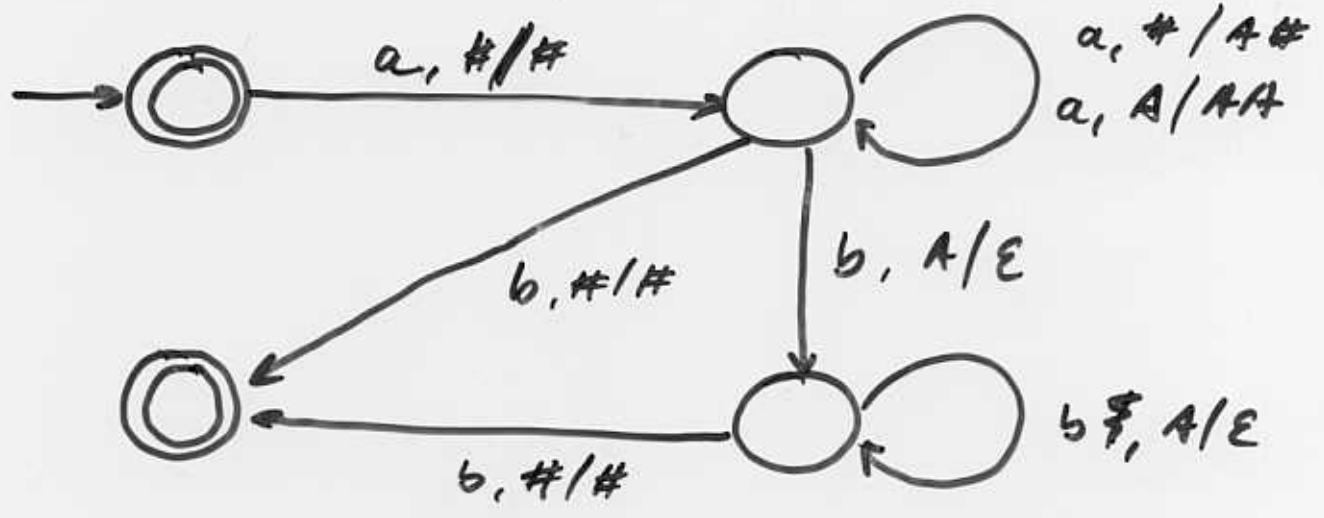
Die Übergangsfunktion hat nun folgende Struktur:

$$\delta(z, a, A) = (z', B_1 \dots B_n)$$

oberstes
 kellerzeichen
 steht links

Beispiel: $L = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$

initial-
fall
↓



- Ein Kellerautomat kann sowohl deterministisch als auch nicht det. sein.
- Ein nicht deterministischer Kellerautomat akzeptiert die Typ2-Sprachen.
- Ein deterministischer KA akzeptiert eine Untermenge der Typ2-Sprachen, die sog. deterministisch kontextfrei Sprache, die allerdings eine echte Obermenge der Typ3-Sprachen ist.

Definition: Ein KA wird spezifiziert durch 6-Tupel:

$$M = (Z, A, K, \delta, z_0, \#), \text{ wo:}$$

Z : endliche Menge der Zustände

A : Eingabealphabet

K : Kelleralphabet

$$\delta: Z \times (A \cup \{\epsilon\}) \times K \rightarrow P(Z \times K^*)$$

↑ Menge aller
endlichen Teilmengen

$z_0 \in Z$: Startzustand

$\# \in K$: Unterte Kellerzeichen

- Es gibt keine Endzustände. Statt dessen: Wort gilt als akzeptiert, wenn Keller am Wortende leer ist.
- Es kann auch sog. spontane Übergänge

geben: $\delta(z, \varepsilon, A) = (z', B_1, \dots, B_k)$. Dabei geht KA in den Folgezustand (mit Modifikation des Kellers). Über solche spontanen Übergänge können auch von z_0 aus alle möglichen anderen Zustände ohne Lesen der Eingabe erreicht werden.

• Eine Konfiguration k eines KA ist ein Tripel $k \in Z \times A^* \times K^*$

• Wird k durch Anwendung von δ in k' überführt, so schreiben wir $k \mapsto k'$, genau:

$$(z, a_1 \dots a_n, A_1 \dots A_m) \mapsto \begin{cases} (z', a_2 \dots a_n, B_1 \dots B_k A_2 \dots A_m) \\ \text{falls } \delta(z, a_1, A_1) = (z', B_1 \dots B_k) \\ \text{(d.h. mit "Weglesen")} \end{cases}$$

$$\begin{cases} (z', a_1 \dots a_n, B_1 \dots B_k A_2 \dots A_m) \\ \text{falls } \delta(z, \varepsilon, A_1) = (z', B_1 \dots B_k) \\ \text{(spontane Übergang)} \end{cases}$$